

※答案用紙の学生番号欄および氏名欄を手書きで記入し、学年欄に 2 を、クラス・番号欄の 9 桁には、右詰（左端の桁には 0）で学生番号をマークすること。各問にの四つ、もしくは五つの選択肢には答えを一つだけ選び、答案用紙にマークすること。一間に二つ以上選択肢をマークした解答は誤りとなる。マークを修正する場合は完全に消すこと。

[問題 I] アルゴリズムの計算機科学的な説明として、以下の文章の間 1～問 6 の位置にそれぞれ最も適切な語を、文章の後に挙げる各問の語群から選べ。

アルゴリズムとは、特定の作業を行うための機械的な手順のことである。この特定の作業要求のことを [問 1] といい、アルゴリズムの入力と出力は、それぞれが [問 1] の定義での [問 2] と [問 3] にあたる。また、機械的な手順というのは、[問 4] の有限個の並びで表すことができることを意味する。さらに、アルゴリズムが [問 1] を解くという場合、すべての [問 2] に対して、有限の [問 5] 内に [問 3] を得ることができることを意味する。この条件が成り立つならば、おのずと [問 6] も有限となる。

語群：

- |     |           |           |           |           |           |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 問 1 | a. 受理     | b. 却下     | c. 問題     | d. 解決     | e. 還元     |
| 問 2 | a. 出題     | b. 問題例    | c. 解      | d. 証明     | e. サイズ    |
| 問 3 | a. 出題     | b. 問題例    | c. 解      | d. 証明     | e. サイズ    |
| 問 4 | a. 基本的な操作 | b. 自動的な操作 | c. 構造的な操作 | d. 対称的な操作 | e. 作為的な操作 |
| 問 5 | a. 予算     | b. 時間     | c. 領域     | d. 定数     | e. 距離     |
| 問 6 | a. 予算     | b. 時間     | c. 領域     | d. 定数     | e. 距離     |

[問題 II] アルゴリズムの計算機科学的な評価方法の説明として適切な文章となるように、問 7～問 12 の位置にそれぞれ最も適した語句を、文章の後に挙げる各問の語群から選べ。

アルゴリズムは、一般性と実用性の両面から効率で評価される。ここでいう効率とは、同じ入力に対して出力を得るまでに計算が消費する資源、つまり [問 7] やメモリ領域の消費量のこと、この二つは総じて [問 8] と呼ばれる。プログラムによる理解あるいは記述で費やされる資源は考慮しない。なぜなら、アルゴリズムは [問 9] からである。効率をはかる基準としては、入力の [問 10] を用いて入力に潜む計算の難易度の代用とするが、[問 10] が同じ入力でも難易度は一般に異なりうるため、[問 11] や、入力について特定の確率分布を仮定したときの [問 12] を評価に用いる。また、入力の種類は限りなく多い前提で漸近的な評価を行う。これらの考えを反映したのが [問 13] である。

語群：

- |      |             |            |            |             |           |
|------|-------------|------------|------------|-------------|-----------|
| 問 7  | a. 石油       | b. エネルギー   | c. 水       | d. 時間       | e. レアメタル  |
| 問 8  | a. 産出量      | b. 容量      | c. 計測量     | d. 困難量      | e. 計算量    |
| 問 9  | a. 繰り返し使われる | b. 大切に使われる | c. 手荒に扱われる | d. 滅多に使われない | e. 簡単だ    |
| 問 10 | a. 乱雑さ      | b. 大きさ     | c. 重さ      | d. 次元数      | e. 未知数    |
| 問 11 | a. 最善の場合    | b. 普通の場合   | c. 最悪の場合   | d. 普遍的な場合   | e. 長時間平均  |
| 問 12 | a. 最大値      | b. 平均値     | c. 最小値     | d. 最終値      | e. 初期値    |
| 問 13 | a. メタ表記     | b. オーダー表記  | c. トータル表記  | d. ベクトル表記   | e. スカラー表記 |

[問題 III] 以下の各問にこたえよ。

[問 1 4] アルゴリズム A, B および C の時間計算量  $T_A, T_B, T_C$  が, 入力サイズ  $n$  に関してそれぞれ  $T_A(n) = 4n^3 + 2n^2 + 8n$ ,  $T_B(n) = 3n^2 + 6n \log n$ ,  $T_C(n) = 2^n + 3n^{10}$  と見積もられた. 関数  $T_A, T_B, T_C$  の順にそれぞれのオーダー表記をしている組み合わせとして, 最も適切なものを選び.

- $O(n^3), O(n^2), O(n^{10})$
- $O(n^3), O(n \log n), O(2^n)$
- $O(n^3), O(n^2), O(2^n)$
- $O(n), O(n^2), O(n^{10})$

[問 1 5] オーダー記法に関する記述で誤りなのはどれか.

- 関数  $3^n$  は  $O(2^n)$  である.
- $O(n \log n)$  の関数であっても,  $n \leq 10000$  の範囲で  $O(2^n)$  の関数のように振る舞うことも起こりえる.
- 無向グラフの頂点 (ノード) 数が  $n$  のとき, そのグラフの辺 (エッジ) の数は  $O(n^2)$  である.
- 底が省略されている場合, たとえば  $O(\log n)$  の対数の底は, 2 と考えてかまわない.

[問 1 6] 以下の記述で間違っているものはどれか.

- $n$  箇所の異なる配達先の集合  $C = \{c_1, \dots, c_n\}$  について, 配達先すべてに必ず一度ずつ訪れる配達順序の個数は,  $O(n!)$  である.
- 要素数  $n$  の集合  $S = \{s_1, \dots, s_n\}$  について, その部分集合すべての個数は,  $O(2^n)$  である.
- 地球上では 20 種類のアミノ酸が知られているから, その並びであるタンパク質 (ペプチド) は, 原理的には長さが  $n$  のとき  $O(n^{20})$  種類あることになる.
- $k \geq 1$  をあらかじめ決められた整数とする. 単語数  $n$  のキーワードの集合  $W = \{w_1, \dots, w_n\}$  から最大  $k$  個を選んだキーワード・セット (高々  $k$  個のキーワードの集合) の種類数は,  $O(n^k)$  である.

[問 1 7] 以下の記述のうち間違っているものはどれか.

- $2^{n+1}$  は,  $O(2^n)$  である.
- 自然数から非負整数への一引数関数  $f, g$  について,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = C \in \mathbb{R}^+$  ならば  $f(n)$  が  $O(g(n))$  であることが証明できる.
- $n$  の関数  $n^2$  は,  $O(n^3)$  である.
- $(n+1)!$  は,  $O(n!)$  である.

[問 1 8] オーダー  $O()$  で表されたアルゴリズムの最悪時間計算量の解釈および注意すべき事項として、誤りなのはどれか。

1. 不当に大きなオーダーで表記されることがある。
2. 十分に大きな入力について、オーダー表記が同じアルゴリズム二つを比べると、計算時間の比は一定の値である。
3. プログラムとして実装し使用したとき、見えなくなった低次の項や定数が、現実的には無視できないほど大きいことがある。
4. 入力がさほど大きくない場合は、オーダー表記がまったくあてにならないことがある。

[問 1 9]  $O(n^2)$  ではない (に属しない) 関数を選べ。

1.  $6n + 4n \log n - 12$
2.  $3 + (3/2)^n$
3.  $n^2 + \log^5 n$
4.  $(n - 6)!$

[問 2 0]  $n$  の関数

- (1)  $-2237 + 31n^{\frac{5}{2}}$ ,      (2)  $2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + 7n$ ,      (3)  $\frac{(n-1)!}{2}$ ,      (4)  $3n \log n + 1$ ,
- (5)  $(1.05)^n$ ,      (6)  $\log^2 n$ ,      (7)  $n \cdot 2^n$

の、任意の二つの関数の間に、「和の式にしたとき、その適切なオーダー  $O()$  表記で残る項を持つものが先 (左) にくる」という順序を考える。いわば、オーダー表記において同等かより強い順である。関数の番号 1~7 の並びで、この順序に従っていないものはどれか。

- a. 7-1-4
- b. 3-7-5-4
- c. 6-4-2
- d. 1-2

[問題 2 1] 再帰法の説明として正しいといえないものはどれか。

- a. 数学的帰納法による定義をそのままアルゴリズムとして利用する。
- b. 関数の再帰呼び出しが許されないプログラミング言語でも使用することはできる。
- c. 記述がコンパクトなため時間計算量および領域計算量が小さくなる。
- d. 関数型言語や論理プログラミング言語では繰り返しに必要不可欠である。
- d. 再帰法と条件ループのどちらでも同じアルゴリズムを記述できる場合、一般に再帰法を避けるべきである。

[問題 2 2] 分割統治法の使用例とはいえないアルゴリズムはどれか。

- a. マージソートアルゴリズム。
- b. クイックソートアルゴリズム。
- c. 見かけがまったく同じ七枚の金貨の中に一枚だけ紛れ込んだニセ金貨 (ほんの少し軽い) を、天秤を 2 回だけ使って見つけ出すアルゴリズム。
- d. 二分探索アルゴリズム。
- e. ハノイの塔パズルの円盤の総移動回数を求めるアルゴリズム。

[問題 2 3] 動的計画法の説明として正しくないのはどれか。

- DP と略される。
- 記憶領域を配列や表などの形式で使い、再帰法で生じる冗長な計算を省く。
- 任意の正整数  $n$  に対し  $n$  番目のフィボナッチ数を求めるアルゴリズムには、適用できない。
- どんな再帰アルゴリズムも高速化が可能である。
- 文字列間の編集距離を求めたり、ナップサック問題を解くのに有効である。

[問題 2 4] ソートが定義できる全順序（線形順序）ではない関係（比較演算）はどれか。

- 複素数の組に対して、複素平面上での原点からのユークリッド距離の関係  $<$ （左が右がより小）
- 任意の正整数  $n$  に対して定義される集合  $S_n = \{1, \dots, n\}$  の間の包含関係  $\subset$ （左が右の部分集合）
- 実数の組についての関係  $<$ （左が右がより小）
- 文字列の辞書式順序による関係  $<$ （左が右より先）
- 根つき木（サイクルを持たないグラフ）の頂点の間の親子・先祖子孫の関係（左が右の先祖または親）

[問題 2 5] 連結リストに格納された  $n$  個の整数列を昇順にソートする場合、最悪時間計算量を  $O(n \log n)$  にできるソートアルゴリズムはどれか。ただし入力となる連結リストのほかには記憶領域は整数型・ポインタ型変数を定数個使用できるのみとする。

- バブルソート
- ヒープソート
- クイックソート
- マージソート

[問題 2 6] 内容が 2, 8, 13, 3, 9, 3, 4, 6 の整数配列を、ヒープソートで行う手続きによって降順（根が最大の値を持つ）ヒープ（優先順位つきキュー）にしたとき、ヒープになった直後の配列の内容を表すものはどれか。

- 2, 8, 13, 3, 9, 3, 4, 6
- 13, 9, 8, 6, 4, 3, 3, 2
- 13, 8, 9, 6, 2, 3, 4, 3
- 13, 9, 4, 6, 8, 3, 2, 3
- 13, 9, 2, 6, 8, 3, 4, 3

[問題 2 7] ヒープソートで用いるヒープ（優先順位つきキュー）の特徴として、間違っているものはどれか。

- ヒープが従う順序（優先順位）で最初の要素に定数時間でアクセスできる。
- 順序関係を壊さずに木の頂点数を 1 減らすには、配列の最後の要素にあたるものを削除する。
- 値が配列の添え字 1 の要素に対応するとすると、添え字 3 の要素の左の子は、添え字 5 である。
- 任意の長さ  $n$  の配列をヒープにする  $O(n)$  時間アルゴリズムがある。
- 長さ  $n$  の配列がヒープであるなら、その順序について最初の要素を削除した大きさ

$n-1$  のヒープを  $O(\log n)$  時間で構築できる。

[問題 2 8] データの集合を表現する手法として二分探索木を選択する場合、データのキー値について等号 = (同値関係) が定義されていることの他に、必要なことはどれか。

- データのキー値にしたがってデータがソートされ配列に格納されている。
- データのキー値の範囲がデータ数によらず限定できる。
- データのキー値について全順序が定義できる。
- データのキー値についてよいハッシュ関数が定義できる。

[問題 2 9] カナの五十音辞書式順序 (濁点, 撥音の点, 丸は無視する) にもとづく二分探索木に, データ (文字列) を「タミフル」, 「セルベックス」, 「クラビット」, 「アモバン」, 「ハルシオン」, 「タケブロン」, 「リレンザ」, 「ガスモチン」の順に挿入 (追加) した. («と» は文字列の左外側と右外側を表す.) その後, 二分探索木の手続きによって「タミフル」の削除を行った. 「タミフル」削除の後, 二分探索木のルート (根) ノードが持つデータとして間違いではないものはどれか. ただし挿入, 削除において二分木のバランスを保つための操作は行っていない.

- タミフル
- セルベックス
- ガスモチン
- タケブロン
- リレンザ

[問題 3 0] 二分探索木を用いてデータの集合を表現する場合の利点として正しいのはどれか。

- 探索が順序の比較に必要な時間によらない
- 探索手続きが平均  $O(1)$  時間で行える
- 動的データ構造や間接アドレッシングを用いずにすむ
- 配列で木構造をあらわすことができる
- 順序に従った数え上げに利用できる