

学生番号

氏名

問題 1. n を 1 以上の正の整数, $S(n)$ は 1 から n までの整数の集合 $S(n) = \{1, \dots, n\}$ を表すとする. 以下の各問に答えよ.

- (1) $S(n)$ の部分集合はいくつあるか. 数式で答えよ.
- (2) $S(6)$ の部分集合で, 要素数が 4 以上のものはいくつあるか. 整数で答えよ.
- (3) $S(n)$ の要素すべてをちょうど一度ずつ並べてできる列は何種類あるか. 数式で答えよ.

問題 2. 見かけが同じ金貨が 10 枚ある. そのうち一枚が不良品で, その金貨だけ他のものに比べわずかに軽い. この不良品を, 天秤のみを使って見つけ出すことを考える. 天秤は, 左右の皿にのせた物どちらが重いかを調べる目的のみに使用し, 分銅などは用いない. 天秤を使う回数が可能な限り少なくなるアルゴリズム (天秤の使用手順) を考え答えよ.

- (1) 金貨が 10 枚なら天秤を使う回数は必ず 3 回以下にできる. そのアルゴリズムを書け.
(自分で最良のものを考えつかない場合は, 二分探索法のアイデアを用いて考えよ.)

- (2) 上のアルゴリズムは, 金貨が何枚の場合でも使用できるよう書き直せるはずである (天秤は金貨の重さに耐えうるとする.) 一般的に金貨が $N \geq 1$ 枚 (うち不良品は 1 枚) のとき, 天秤を最悪何回使えば不良品を見つげることができるかを N の関数 (式) で表せ. ただし, 式は N によらず常に整数を表すものであること.