※注：解答は解答用紙に問題と問がわかるように記入し．またすべての解答用紙に学籍番号，学科，氏名を書くこと．

問題 I　アルゴリズムの説明には，テキストにもよるが，例えば次のようなものがある．

> アルゴリズム（algorithm）の定義を簡単に述べれば，「与えられた問題を解くための，機械的操作からなる有限の手続き」である．
>
> 茨木 俊秀 著 「C 言語による アルゴリズムとデータ構造」（昭晃堂）

問 1　アルゴリズムが「与えられた問題を解く」とは，どういうことか．以下の言葉 (a) 〜 (d) すべてを適切に使い簡潔な説明を書きなさい．

(a) 問題　(b) 任意の問題例　(c) 解　(d) 限りある時間内に

問 2　機械的操作にはどんなものがあるのか，簡潔な説明を書きなさい．ただし特定のハードウェアやプログラミング言語を知らない人でも理解できるものであること．

問 3　アルゴリズムはなぜ有限の長さで書かれるものでなければならないのか．簡単に説明しなさい．

問題 II　以下の各問について，それぞれの選択肢（ア）〜（エ）から<u>最も適切な答一つ</u>を選びなさい．

問 1　二つのアルゴリズムの最悪時間計算量がオーダー表記 $O(\ )$ で同じとき，プログラミングして実行環境その他同じ条件で使用し比較すると，どのようなことが言えるか．

（ア）同じ大きさの問題例を解く中で最も長かった計算時間の違いは，常に定数倍程度に収まる．

（イ）上の（ア）は極限では正しいが，問題例の大きさがある程度までは保証されないことがある．

（ウ）オーダー表記は理論的な評価なので，実際には何もわからない．

（エ）上記（ア）〜（エ）はすべて誤り．

問 2　関数 $f(n) = n^3 + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{11}{10}\right)^{n-2} + 5n^2 + 331$，$g(n) = n^{0.8} + 2\log n^6$，$h(n) = 2\cdot n^3\left(3n^2-1\right)+12$ をオーダー $O(\ )$ 表記したとき，どのようなことが言えるか．

（ア）　$f(n)$ は $O(h(n))$ である．

（イ）　$g(n)$ は $O(\log n^6)$ である．

（ウ）　$h(n)$ は $O(f(n))$ であり，$g(n)$ は $O(h(n))$ である．

（エ）上記（ア）〜（ウ）はすべて誤り．

問 3　アルゴリズムの効率よく計算するための構造に注目したとき，どのようなことが言えるか．

（ア）マージソートやクイックソートは，分割統治法の応用例である．

（イ）動的計画法は，再帰法でそのまま行うと重複してしまう計算を表で管理し省く．

（ウ）上記（ア）と（イ）は両方正しい．

（エ）上記（ア）と（イ）は両方誤り．

問題 III　配列の添え字は 0 から始まるとする．長さ n の文字列 s の i 文字目から j 文字目までからなる文字列 $s[i]\cdots\cdot s[j]$（ただし $0 \le i < n$ かつ $i \le j < n$）を，s の部分文字列という．

問 1　任意の文字列 s（長さは n）を入力として受け取り，s のすべての部分文字列を<u>短い順に</u>出力するアルゴリズムを書きなさい．ただし文字列の出力は，定数時間を必要とする 1 文字の出力（printf や write など）の繰り返しで行うと考える．空文字列（長さが 0 の文字列）は考慮しなくてよい．

問 2　上問で作ったアルゴリズムの最悪時間計算量を見積もり，文字列の長さ n に関する最も適切なオーダー $O(\ )$ 表記で示しなさい．

問題 IV　整数の組で表される二次元平面上の点を対象のデータとするソートあるいは探索を考える．点は X 座標値 x と Y 座標値 y の組 $\left(x,y\right)$ として表し，点の辞書式順序 $<_L$ を次のように定義する．任意の二点 $p_1=\left(x_1,y_1\right)$ と $p_2=\left(x_2,y_2\right)$ について，もし $p_1 <_L p_2$ ならば $x_1<x_2$，または $x_1=x_2$ かつ $y_1<y_2$ である．

以上を踏まえて次の問 a，b から一つ選択し解答せよ．どちらを選択したかはっきりわかるようにすること．

問 a. 点の列 $\left(\left(7,2\right),\left(5,9\right),\left(8,7\right),\left(1,6\right),\left(5,5\right),\left(5,9\right),\left(3,1\right),\left(3,8\right),\left(3,1\right)\right)$ が，配列により与えられたとする．(1) これを<u>ヒープソートで行う手続きによって</u>順序 $<_L$ に従ったヒープにし，木の形式で図示しなさい．(2) ヒープソートで行うのと同様に，このヒープから順序 $<_L$ について最初の点を1つ取り出してヒープを再構成した結果を木の形式で示しなさい．

問 b. 順序 $<_L$ に基づいた二分探索木による点の集合を考える．まず (1) 要素が一つもない状態から点を $\left(12,15\right),\left(8,3\right),\left(11,4\right),\left(5,7\right),\left(7,2\right),\left(12,14\right),\left(3,9\right),\left(10,3\right),\left(5,8\right)$ の順で追加したときどのようになるかを図示しなさい．次に (2) <u>二分探索木の削除手続きに従って</u>この木から $\left(8,3\right)$ を削除するとどのようになるかを図示しなさい．