※注1 解答は解答用紙のそれぞれの解答欄に記入し，スペースが不足する場合は余白や裏面をあわせて使い，その旨明記すること．

※注2 期末試験の結果が再試験となった履修者は，各自試験成績の発表後に掲示する連絡に注意すること．

※注3 希望者には採点済み解答用紙を返却する．採点や結果についての質問・異議は，直接の面談でのみ受け付け，電子メールなどでの問い合わせには一切応じない．

問題 I 講義内容を踏まえて，以下のアルゴリズムを説明する文章の空欄 1 から 4 を補うのに最も ふさわしい語を解答欄に記入せよ．【20 点】

人に仕事を任せるためには，その人と自分の間で同じように行えることだけを組合せた，かつどんな場合にもその人が自分で判断できるように配慮した方法を教える必要がある．計算機に与えるアルゴリズムにもまったく同じことがいえる．ある $\boxed{\ 1\ }$ を解くアルゴリズムは，計算機に行わせることのできる操作のみによって記述でき，その $\boxed{\ 1\ }$ のどんな問題例（入力）に対しても正しい解（出力）が得られるよう設計されていなければならない．解を得るのが目的であるから，限りある時間内に計算を終了できなければならないし，任せてしまうために，アルゴリズムの長は限りあるものでなければならない．

同じ $\boxed{\ 1\ }$ をより効率よく解くアルゴリズムを選ぶには，解を得るために必要な時間と記憶領域の量，すなわち時間 $\boxed{\ 2\ }$，領域（空間） $\boxed{\ 2\ }$ を考慮する．一般に $\boxed{\ 1\ }$ は問題例を数限りなく持ち，問題例それぞれについて時間および領域 $\boxed{\ 2\ }$ は異なるので，解きにくさの基準として問題例の $\boxed{\ 3\ }$ を用いる．たとえば時間に関しては，$\boxed{\ 3\ }$ が n の問題例すべてについて，最も時間がかかる場合の時間 $\boxed{\ 2\ }$ を n の関数で表すのである．この評価は $\boxed{\ 4\ }$ 時間 $\boxed{\ 2\ }$ と呼ばれる．

問題 II　オーダー $O(\ \ )$ を使った計算量の表記について，各問に答えよ．【35 点】

問 1　採用しようとしているアルゴリズムに候補 A と B があり，二つの最悪時間計算量がオーダー表記において全く同じであるとする．プログラミングして使用したとき，時間計算量について実際にどちらが優れているかを考えたい．オーダー表記に現れない考慮すべきこと，注意すべきことを 3 つまであげよ．

問 2　n の関数 a 〜d がアルゴリズムの最悪時間計算量を与えているとする．(1) まず，それぞれの最も適切なオーダー $O(\ \ )$ 表記を解答欄に記入し，(2) 次に，n が限りなく大きくなるとき最悪時間計算量が大きい順に，記号 a ~ d を並べよ．

a. $\dfrac{n^3}{49}+\dfrac{(n-1)!}{2}$　　b. $n\cdot(n-3)^2+0.71^{2n+1}$

c. $3n\left(\dfrac{\log_2 n}{n}+\sqrt{n}\right)+10230$　d. $n\log_2 n+\left(\dfrac{4}{3}\right)^{n+1}$

問題 III　テキストエディタやワードプロセッサで検索や置換を行うときに利用する，文字列パターン照合のアルゴリズムを考えよう．長さ $n>0$ の文字列（文字型の配列）t と長さ $m>0$ の文字列 p を入力として，疑似プログラムにより表現された以下のアルゴリズムは，t 中に p が現れる位置，すなわち

$$t[i]\cdots\cdot t[i+m-1]=p[1]\cdots\cdot p[m]$$

を満たす i をすべて見つけだし出力する：

```
i ← 1;
while ( i ≤ n ) {
    j ← 1;
    while ( j ≤ m and  i + j − 1 ≤ n  and t[i + j − 1] = p[j] ) {
        j ← j + 1;
    }
    if ( j > m ) {
        “位置 i でパターンが見つかった”と出力;  ………(*)
    }
    i ← i + 1;
}
```

ただし配列の添え字は 1 で始まり，$(*)$ の「位置の出力」は定数時間で行うことができるとする．

文字列 t はテキスト，探す文字列 p はパターンと呼ばれる．一般にテキストの長さ n はパターンの長さ m に比べて大きいと考えられる．このアルゴリズムについて，以下の各問に答えよ．【25 点】

問 1　パターン p の長さが高々31 文字，すなわち $m\le 31$ のとき，アルゴリズムの最悪時間計算量は n に関してどのようになるか．最も適切な $O(\ \ )$ 表記により示せ．

問 2　パターン p の長さが高々テキスト t の長さの半分，すなわち $m\le n/2$ のとき，アルゴリズムの最悪時間計算量は n に関してどのようになるか．最も適切な $O(\ \ )$ 表記により示せ．

問 3　上の問 2 の「最悪の場合」を引き起こす入力はどのようなものか，テキストとパターンの例をあげて説明せよ．

問題 IV　以下の a〜c から一つ選択し解答せよ．選択した問の記号も忘れず記入すること．【20 点】

a. 整数の列 $(14,6,9,35,17,22,16,3,12)$ が，配列により与えられたとする．(1)これをヒープソートで行うのと同じ手続きによって「大きい順 $\ge$」に従ったヒープにするとどのようになるか．木の形式で図示せよ．(2)ヒープソートで行うのと同じ手続きにより，このヒープから最も大きい整数を1つ取り出したヒープを作り，結果を木の形式で示せ．ヒープはその性質を満たすよう再構成済みであること．なお図では頂点間の親子・兄弟姉妹の関係と，各頂点が持つ整数の値がわかれば十分である．

b. 二分探索木を使って正の整数の集合を表現しよう．線形順序として整数の大小関係（$<$ と $>$ のどちらでもよい）を用いる．まず，（1）要素が一つもない状態から，整数が $14,5,10,31,17,22,44,16,41,2$ の順で追加されたときの二分探索木を図示せよ．次に(2)二分探索木の削除手続きに従って，この木から31を削除した後の二分探索木を図示せよ．なお図では頂点間の親子・兄弟姉妹の関係と，各頂点が持つ整数の値がわかれば十分である．

c. n^3 が $O(n^2)$ でないことを数学的に証明せよ．ただし，$O(\ \ )$ の定義は以下の通りである．

「関数 $f:\mathbb{Z}^+\to\mathbb{Z}^+$ と $g:\mathbb{Z}^+\to\mathbb{Z}^+$ が，任意の $n\ge d$ について $g(n)\le c\cdot f(n)$ を満たす，そのような定数 $d\in\mathbb{Z}^+$ と $c\in\mathbb{R}$ が存在するならば，$g(n)$ は $O(f(n))$ であるという．」

ただしここで $\mathbb{Z}^+$ と $\mathbb{R}$ は，それぞれ非負整数の集合，実数の集合である．